



INSTYTUT MATEMATYKI

Uniwersytet Komisji Edukacji Narodowej w Krakowie

ul. Podchorążych 2, 30-084 Kraków
tel.126626273

Wymagania do egzaminu dyplomowego dla studentów kierunku matematyka, studiów stacjonarnych i niestacjonarnych, II stopnia na rok akademicki 2025/2026

Egzamin dyplomowy (magisterski) składa się z dwóch części: weryfikacji efektów uczenia się oraz ustnego egzaminu dotyczącego złożonej pracy dyplomowej.

CZEŚĆ PIERWSZA

Weryfikacja zdobytej wiedzy merytorycznej na kierunku matematyka (potwierdzającą osiągnięcie efektów uczenia się). Zakres tematyczny tej części egzaminu zawiera **Załącznik 1**.

CZEŚĆ DRUGA

Ustny egzamin związany z pracą złożoną przez Dyplomanta pracy uwzględniający odpowiedzi na pytania Komisji egzaminacyjnej dotyczące treści pracy.



Załącznik 1

Zakres materiału do części pierwszej egzaminu dyplomowego dotyczy poniższych zagadnień:

Pojęcia i wiadomości podstawowe

1. Aksjomatyczny system teorii mnogości i równoważne formy pewnika wyboru.
2. Liczby kardynalne i ich arytmetyka.
3. Liczby porządkowe.
4. Relacje równoważności i porządkowe. Definiowanie pojęć matematycznych za pomocą relacji równoważności. Uporządkowanie podstawowych zbiorów liczbowych.
5. Konstrukcje podstawowych struktur liczbowych (liczby naturalne, całkowite, wymierne, rzeczywiste i zespolone).
6. Geometria krzywych. Krzywe regularne, długość krzywej.
7. Geometria powierzchni. Płaszczyzna styczna, wektor normalny.
8. Krzywe i powierzchnie stopnia 2.
9. Parametryzacja naturalna krzywej w $\mathbb{R}^3$. Trójszcian Freneta; krzywizna, torsja. Przykłady.
10. Fundamentalne twierdzenie teorii krzywych (Dla dowolnych dwóch funkcji rzeczywistych gładkich ... określonych na przedziale ... istnieje krzywa ... krzywizna ... skręcenie ...).
11. Definicje i modele podstawowych struktur algebraicznych, struktury ilorazowe.
12. Homomorfizmy struktur algebraicznych. Podstawowe własności oraz przykłady w poszczególnych strukturach.
13. Równania diofantyczne liniowe. Algorytm Euklidesa (w pierścieniach). Ułamki łańcuchowe.
14. Twierdzenia o liczbach pierwszych. Rozmieszczenie liczb pierwszych.
15. Elementy algebraiczne i elementy przestępne nad ciałem; rozszerzenia algebraiczne, rozszerzenia skończone, rozszerzenie o element algebraiczny.
16. Ciała algebraicznie domknięte. Twierdzenia Liouville'a i zasadnicze twierdzenie algebry.
17. Pojęcie przestrzeni probabilistycznej. Prawdopodobieństwo i jego podstawowe własności. Prawdopodobieństwo geometryczne, warunkowe, całkowite. Niezależność zdarzeń.
18. Zmienne losowe jedno- i dwuwymiarowe i generowane przez nie przestrzenie probabilistyczne na prostej i na płaszczyźnie. Niezależność zmiennych losowych. Dystrybuanta. Momenty zmiennej losowej (w tym wartość oczekiwana i wariancja).
19. Podstawowe rozkłady prawdopodobieństwa i przykłady przestrzeni probabilistycznych o tych rozkładach (rozkład Bernoulliego, Poissona, normalny, Cauchy'ego itd.).
20. Prawo wielkich liczb Bernoulliego. Centralne twierdzenia graniczne - zastosowania.
21. Estymacja punktowa (estymatory nieobciążone, estymatory największej wiarygodności) oraz estymacja przedziałowa (przedziały ufności, testowanie hipotez).
22. Ciągi i szeregi zespolone. Szeregi potęgowe.
23. Pochodna i różniczka funkcji zespolonej.



24. Funkcje analityczne oraz holomorficzne: własności oraz związki zachodzące między nimi.
25. Całkowanie funkcji zespolonych. Twierdzenie całkowite Cauchy'ego, wzór całkowy Cauchy'ego.
26. Miara i jej podstawowe własności. Miara Lebesgue'a, miara Jordana.
27. Miara Lebesgue'a i jej własności.
28. Całka Lebesgue'a, jej własności i związek z całką Riemanna.
29. Odwzorowania ciągłe przestrzeni topologicznych, homeomorfizmy.
30. Przestrzenie unormowane jako przykład łączenia struktury topologicznej i liniowej.
31. Różne rodzaje przestrzeni topologicznych (aksjomaty oddzielania, zwartość, zupełność, spójność, ośrodkowość).
32. Przestrzenie unormowane (Banacha); przykłady przestrzeni unormowanych (ciągłych, funkcyjnych, skończenie i nieskończenie wymiarowych).
33. Przestrzenie unitarne (Hilberta); związki między normą a iloczynem skalarnym.
 34. Operatory i funkcjonały liniowe ciągłe, podstawowe twierdzenia teorii operatorów, przestrzeń operatorów liniowych i ciągłych, przestrzeń dualna.
35. Twierdzenia o istnieniu i jednoznaczności rozwiązań równań różniczkowych.
36. Przykłady metod rozwiązywania pewnych typów równań różniczkowych pierwszego i drugiego rzędu.
37. Równania różniczkowe liniowe wyższych rzędów i liniowe układy równań różniczkowych.

Dydaktyka matematyki (dotyczy specjalności nauczycielskich)

1. Dydaktyczne problemy związane z definiowaniem pojęć matematycznych i korzystaniem z definicji.
2. Wprowadzanie i formułowanie twierdzeń w matematyce szkolnej i ich stosowanie.
3. Dowodzenie twierdzeń i typy rozumowań w nauczaniu matematyki (indukcja, dedukcja, redukcja, rozumowanie nie wprost).
4. Różne reprezentacje pojęć i ich rola w procesie nauczania matematyki.
5. Błędy popełniane przez uczniów i sposoby ich wykorzystywania w procesie kształtowania pojęć.
6. Metodyka nauki o funkcjach i ich wykresach.
7. Równania i nierówności w matematyce elementarnej.
8. Wykorzystanie technologii informacyjnej w nauczaniu matematyki, przykłady edukacyjnych programów komputerowych.



Matematyka uniwersalna (dotyczy specjalności nienauczycielskich)

1. Wartość kapitału w czasie: wartość bieżąca, wartość przyszła, strumień płatności.
2. Procesy stochastyczne – definicja i przykłady.
3. Stochastyczne modele wyceny instrumentów finansowych.
4. Szacowanie parametrów liniowego modelu ekonometrycznego i ocena dopasowania modelu do danych empirycznych.
5. Przykłady nieliniowych modeli ekonometrycznych i ich zastosowanie.
6. Zastosowanie baz danych SQL i NoSQL, ich zalety i ograniczenia.
7. Struktura aplikacji internetowej ASP.NET Core MVC – wzorzec architektoniczny Model-Widok-Kontroler.
8. Definiowanie klas, pól i metod w języku Python i C#.
9. Programowanie funkcyjne – funkcje czyste, rekurencja, wzorce projektowe.
10. Etapy cyklu tworzenia oprogramowania.
11. Budowa i mechanizm działania jednokierunkowych głębokich sieci neuronowych, algorytm propagacji wstecznej.
12. Zastosowania splotowych i rekurencyjnych sieci neuronowych oraz sieci typu tranformer.
13. Metody i narzędzia wykorzystywane w przetwarzaniu Big Data.
14. Tworzenie kolumn obliczanych i miar w języku DAX.
15. Wykorzystanie funkcji analizy czasowej w raportach tworzonych za pomocą aplikacji Power BI.